

Signaux | Chapitre 4 | TD (S4)

Données pour l'ensemble du TD :

| | |
|---------------------------------------|--|
| Constante de Planck réduite : | $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ |
| Célérité de la lumière dans le vide : | $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ |
| Charge élémentaire : | $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ |
| Masse de l'électron : | $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ |

Exercice n°1 • Raies d'émission de l'hydrogène



On admet que les niveaux électroniques de l'hydrogène sont quantifiés et ont pour valeur :

$$\mathcal{E}_n = -\frac{\mathcal{E}_0}{n^2} \quad \text{avec} : \quad \mathcal{E}_0 = \frac{m}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \right)^2 = -13,6 \text{ eV}$$

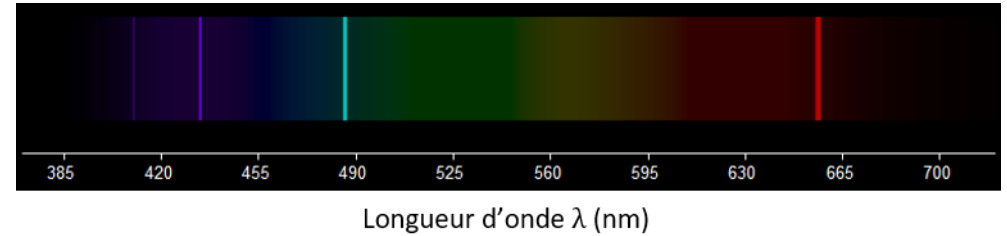
Sans excitation extérieure, l'électron de l'hydrogène se trouve dans l'état de plus basse énergie, que l'on appelle état fondamental. Lorsque l'on fournit de l'énergie à l'électron, à l'aide de décharges électriques par exemple, ce dernier se place dans un niveau de plus haute énergie, que l'on appelle état excité. Il va alors spontanément retourner vers un état de plus basse énergie en émettant un photon dont l'énergie correspond à la différence d'énergie entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée.

- 1) Calculer la valeur en électronvolts de l'énergie des 7 premiers états.
- 2) Soit \mathcal{E}_n l'énergie de l'électron avant émission du photon et \mathcal{E}_m son énergie après émission. Exprimer la longueur d'onde λ_{nm} du photon émis.

On appelle :

- Lyman la série où $2 \leq n \leq 7$ et $m = 1$;
- Balmer la série où $3 \leq n \leq 7$ et $m = 2$;
- Paschen la série où $4 \leq n \leq 7$ et $m = 3$.

- 3) Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe chacune des 3 séries ?
- 4) Ces résultats sont-ils cohérents avec le spectre d'émission de l'hydrogène donné ci-dessous.



Exercice n°2 • Microscopie à force atomique



La sonde de mesure d'un AFM (atomic force microscope) est principalement constituée d'un levier de dimensions micrométriques au bout duquel est fixée une pointe de forme conique. Cette pointe entre en interaction via les forces de Van der Waals avec les surfaces que l'on cherche à imager. La distance pointe-surface est de l'ordre de quelques nanomètres. Le mode oscillant permet, sans contact avec l'échantillon et donc sans risque de l'endommager, de mesurer le gradient de la force d'interaction entre la pointe et l'échantillon.

Les photographies de la figure ci-dessous représentent la pointe d'un microscope à force atomique. Elles ont été obtenues avec un microscope électronique à balayage (MEB). Au lieu d'être éclairés par de la lumière visible, comme c'est le cas dans un microscope optique traditionnel, les objets sont « éclairés » avec des électrons préalablement accélérés, avec une énergie cinétique $\mathcal{E}_c = 5,0 \text{ keV}$.

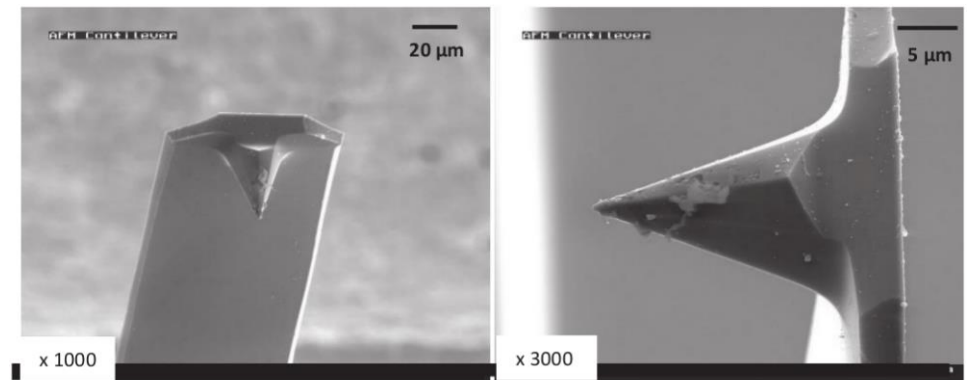


Image MEB d'une pointe d'un AFM

- 1) Évaluer la largeur et la hauteur de la pointe AFM ainsi que la largeur et l'épaisseur du levier. Confronter aux données de l'énoncé.

- 2) Quelle est selon vous l'information qui figure dans l'encart blanc en bas à gauche des images sous la forme « × ... » ? Comparer aux microscopes optiques « traditionnels ».
- 3) Expliquer de manière qualitative pourquoi on ne peut pas obtenir cette image avec un microscope optique traditionnel.
- 4) Rappeler la définition de la longueur d'onde de De Broglie.
- 5) En déduire son expression en fonction de l'énergie cinétique \mathcal{E}_c des électrons et calculer sa valeur.
- 6) Montrer que ce dispositif permet bien de dépasser les limitations du microscope optique.

Exercice n°3 • Rayonnement stellaire



Au niveau du sol, le rayonnement solaire transporte une puissance surfacique d'environ $\mathcal{P}_S = 500 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

- 1) Donner l'ordre de grandeur de la puissance \mathcal{P} reçue par un œil regardant le Soleil au travers d'un filtre ne laissant passer que 0,001 % de l'énergie. On admet que la pupille a, dans ce cas, un diamètre de $D \simeq 2 \text{ mm}$.
- 2) Estimer le nombre de photons atteignant l'œil pendant une seconde.
- 3) Les étoiles visibles les plus faibles du ciel émettent un rayonnement possédant, au niveau de la Terre, une puissance surfacique de l'ordre de $10^{-14} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Combien l'œil reçoit-il de photon chaque seconde d'une telle étoile ?
- 4) Pour une perception continue de la lumière, les cellules de l'œil doivent être excitées environ toutes les 100 ms. Commenter.

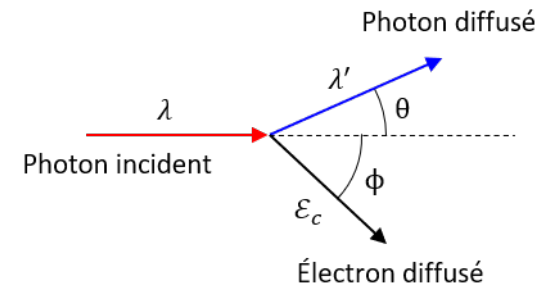
Exercice n°4 • Diffusion Compton



L'américain Arthur Compton a réalisé en 1923 l'expérience suivante. Il a envoyé des rayons X durs (de longueur d'onde λ comprise entre 1 pm et 1 nm), sur une mince feuille de graphite. Il a observé que l'onde était diffusée (= déviée) dans une certaine gamme de direction θ vérifiant :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos(\theta))$$

où λ' est la longueur d'onde diffusée.

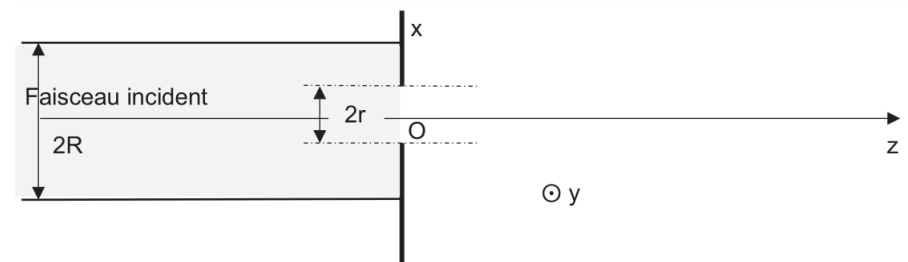


- 1) Montrer que h/mc est homogène à une longueur. La calculer.
- 2) Pourquoi cette expérience est-elle intéressante spécialement avec des rayons X durs ?
- 3) Comment évolue l'énergie du photon dans cette expérience. Que s'est-il passé ?
- 4) Pour des rayons X incidents tels que $\lambda = 7,08 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, Compton a observé des rayons X diffusés à 90° . Quelle est leur longueur d'onde ?
- 5) Quelle est l'énergie perdue par un photon ? Qu'en déduire sachant qu'une énergie d'ionisation est de l'ordre de la dizaine d'électron-volt ?

Exercice n°5 • Dualité onde-corpuscule pour la lumière



On considère un faisceau parallèle de photons associés à une onde électromagnétique, de longueur d'onde λ , se propageant dans l'air assimilé au vide dans la direction Oz de vecteur unitaire \vec{e}_z .



- 1) Rappeler ce que vaut leur énergie E en fonction de c , λ et de h et leur quantité de mouvement \vec{p} en fonction de λ , h et de \vec{e}_z .
- 2) Calculer l'énergie en eV d'un photon de lumière bleue de longueur d'onde $\lambda = 475 \text{ nm}$.

Ce faisceau parallèle cylindrique de rayon R arrive face à un écran, perpendiculaire

à l'axe du faisceau, percé d'un trou circulaire T_1 de centre O et de rayon r (inférieur à R).

3) Établir, à partir de l'inégalité d'Heisenberg spatiale, qu'il y a forcément ouverture angulaire du faisceau.

4) Donner un ordre de grandeur de cette ouverture angulaire supposée petite. Commenter. Comment appelle-t-on ce phénomène ?

5) Citer une expérience qui met en évidence l'aspect corpusculaire de la lumière.

Un électron est expulsé d'un métal sous l'effet d'une radiation s'il absorbe une énergie au moins égale à W_e , énergie appelée travail d'extraction. Le tableau ci-dessous indique les valeurs du travail d'extraction pour différents métaux :

| Métal | Cs | Na | K | Ti | Fe |
|-------------|------|------|------|------|------|
| W_e en eV | 1,15 | 2,11 | 2,22 | 4,33 | 4,67 |

6) Avec quels métaux cités dans le tableau, la lumière bleue de la question 2 permet-elle d'obtenir un effet photoélectrique ? Justifier. Quelle sera la vitesse maximale des électrons émis ? Commenter.

7) On utilise une source optique de puissance $\mathcal{P} = 1$ mW : évaluer l'ordre de grandeur du nombre de photons qui sortent de la source par unité de temps en supposant le faisceau rigoureusement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8$ nm.

8) À quel niveau de puissance faudrait-il descendre, pour une source, pour que la lumière qu'elle émet soit détectée photon par photon ? On admet que les détecteurs photoniques ont un temps de réponse de l'ordre de la picoseconde (rappel : 1 ps = 10^{-12} s).

9) Décrire l'évolution des observations sur le détecteur en fonction de la durée d'observation dans la situation des interférences, par deux fentes d'Young éclairées par la source de la question 8, modélisée par une source à photons uniques.

10) Traduire ces observations en termes d'amplitude de probabilité pour un photon, détecté en un point M . Le principe de superposition s'applique-t-il aux probabilités ou aux amplitudes de probabilités ?

2) Photon / électron : même longueur d'onde. 3) Diminue. 4) $\lambda' = 73,2$ pm. 5) $\mathcal{E} \simeq 600$ eV. ⑤ 1) $E = \frac{hc}{\lambda}$ et $\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \vec{e}_z$. 2) $E = 2,6$ eV. 3) $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{4r}$. 4)

$\Delta \theta \sim \frac{\lambda}{r}$. 5) Effet photoélectrique. 6) Cs, Na et K. $v = \sqrt{\frac{2(E - W_e)}{m}}$ et $v(\text{Ce}) =$

$7,1 \cdot 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \ll c$. 7) $N_{ph} = \frac{\mathcal{P}\Delta t\lambda}{hc} = 3 \cdot 10^{15}$ photons. 8) $\mathcal{P} = \frac{N_{ph}hc}{\lambda\Delta t} = 0,3 \mu\text{W}$. 10) Aux amplitudes de probabilités.

Éléments de correction

① 2) $\lambda_{nm} = \frac{hc}{\mathcal{E}_0} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)^{-1}$. 3) Paschen : IR. Balmer : visible. Lyman : UV. 4)

Oui. ② 1) Micrométrie. 2) Grossissement. 3) Diffraction. 4) $\lambda_{DB} = h/p$. 5)

$\lambda_{DB} = 17$ pm. 6) Résolution de ~ 10 nm. ③ 1) $\mathcal{P} = 1,57 \cdot 10^{-8}$ W. 2) $N = 10^{10}$ photons. 3) $N = 250$ photons. 4) Un photon toutes les 4 ms. ④ 1) 2,4 pm.